

鉄道通勤における最適フレックスタイムパターンの研究* Study of Patterns for Optimal Flexible Work Hours on Railway Commuting*

吉村 充功[†]・奥村 誠[‡]

By Mitsunori YOSHIMURA[†] and Makoto OKUMURA[‡]

1. はじめに

近年、大都市を中心に通勤混雑の緩和を目的とした各種のTDM施策が実施されている。しかし、時間分散型の施策であるフレックスタイムを見ると、実際に制度を活用できる(導入されている)従業員の割合は8.1%(平成11年現在)と低水準にある¹⁾。そのため、行政サイドでも制度の導入促進を提唱しているが、実際にどの程度まで導入割合を増やせば社会的に十分なのかどうかはこれまで明らかにされていない。

本研究では、大都市圏の主たる交通機関である鉄道通勤を念頭に、通勤者、鉄道企業、一般企業のそれぞれの主体にとっての効用を定式化する。さらに、始業時刻を変更することで生ずる、業務活動の効率の低下の影響を考慮に入れ、社会的に最も効率的な各主体の行動パターンを分析するための理論的なモデルを構築し、求解する。また、社会的に最も望ましい出社・始業・終業・退社の時刻分布パターンの例を、数値計算を用いて示す。以上の分析から、何割の通勤者がフレックスタイムを行えば社会的に十分であるのかを明らかにするとともに、実際に享受する効用の大きさも明らかにする。

2. フレックスタイム制度の問題と理論的研究の概要

1990年代に入り、交通混雑問題の解決策として、フレックスタイムや時差出勤をはじめとするTDM施策が注目されるようになり、その導入が期待されている。しかし、これらのソフトな施策のもたらす経済効果についての理論的な研究はあまり多くないのが現状である。そのため、各地において試行的に施策を導入して、実施上の問題点や効果を明らかにしようとする社会実験が行われるようになり、その成果が学会などで発表されている²⁾。これらの実験により、渋滞緩和に大きな効果があることが確かめられている。しかしながら、制度を導入すると生活リズムが合わなくなるという従業員サイドの問題のほかに、業務上の効率の低下に対する企業の経営上の心配が多く、企業が始業時刻を変更することに同意しないという問題点がある

と報告されている。したがって、これらの制度を分析する上では企業の業務に与える影響を明らかにし、それを上回るだけの交通混雑緩和効果があることを示す必要がある。

企業の生産活動は、他の企業と地理的に近いことにより「集積の経済性」を受けると言われているが、これと同様のことが時間的な重なりについても存在すると考えられる。すなわち、業務上、自社内の他の部署や関連する他の企業への問い合わせを行う場合、相手方が業務中でなければその場で用件を済ませることができず、時間をかけて問い合わせをし直すといったことが生じる。このことから、都市の業務活動には互いに労働時間帯の一致性を高めようとする「時間的集積の経済性」が存在している^{3),4)}。個々の企業が制度を導入するか否かは、この時間的集積の経済性の大きさに依存する。

フレックスタイム制度に関連して「時間的集積の経済性」の効果を明示的に初めて言及したのはHendersonである。Hendersonは都市において1つの企業のみが存在すると仮定し、フレックスタイム制度下での従業員の通勤時刻選択行動を分析し、時間的集積の経済性の高い職種の従業員はピーク時に通勤し、そうでない従業員はその前後に分散するという興味深い結果を示している^{5),6)}。しかし、この研究では交通混雑関数に工学的な基礎が乏しく、実証性に問題があった。

文らはこの点を改良した上で、フレックスタイム制度下の従業員の通勤時刻選択行動を分析するとともに、その下で固定始業時刻制度をとる企業とフレックスタイム制度をとる企業の利潤を比較し、フレックスタイム制度導入に関するインセンティブの分析を行っている⁷⁾。その結果、フレックスタイム制度には「ロックイン」効果が存在するために、導入する企業数が自動的に増すことが期待できないことを示した。

また、赤松らは単一ボトルネック、複数ボトルネックをもったそれぞれのケースで、通勤総不効用が最小となる勤務開始時刻分布を、利用者均衡条件を制約にもつ最適制御問題として求解している⁸⁾。しかし、勤務開始時刻の変更による企業の生産性の低下の影響は考慮されていない。

上述した研究はいずれも自動車交通を対象にしており、大都市圏域の主たる通勤手段である鉄道システムにおいては適用できない。これまで、筆者らのグループの一連の研究では、鉄道通勤市場の交通行動を理論的に分析できる均衡論的モデルの構築を行った⁹⁾。さらに、これを時

*Key words: TDM, 公共交通運用, 交通制御

[†] 学生員, 工修, 広島大学大学院 工学研究科 (〒739-8527 広島市鏡山 1-4-1, TEL&FAX 0824-24-7849)

[‡] 正会員, 工博, 広島大学大学院 工学研究科 助教授 (〒739-8527 広島市鏡山 1-4-1, TEL&FAX 0824-24-7827)

差出勤施策のような複数始業時刻下¹⁰⁾、労働時間の長さを従業者が自由に決定できる「スーパーフレックス」制度下¹¹⁾のそれぞれにおいて鉄道混雑の緩和効果と業務活動の効率の低下の影響を考慮できる形に発展させ、施策の実現可能性を分析した。本研究でもモデルの構築において、これらの考え方を援用する。

3. 鉄道通勤サービス市場と一般企業の生産活動

(1) 通勤者の出勤・帰宅不効用のモデル化

1つのベッドタウンの中心駅から都心へ直通運転される1本の通勤鉄道を考える。ベッドタウンに住む全通勤者がこの鉄道を利用し、従業場所である都心へ通勤しているとす。ここで、自宅からベッドタウンの駅までのアクセス時間、都心の駅から会社までのイグレス時間は十分に小さいとする。

時刻 t_g に都心に到着する通勤者の出勤による部分不効用を $U(t_g)$ 、時刻 t_r に都心を出発する通勤者の帰宅による部分不効用を $V(t_r)$ とし、次式のように列車の混雑度と自宅を早く出発/遅く帰宅することによるスケジュールコストの和により定義する。

$$U(t_g) = -\left(s(t_g)\right)^\eta - c\{T - (t_g - w)\} \quad (1)$$

$$V(t_r) = -(r(t_r))^\eta - e\{(t_r + w) - T\} \quad (2)$$

ここで、 $s(t_g)$ は時刻 t_g に都心に到着する列車の、 $r(t_r)$ は時刻 t_r に都心を出発する列車の混雑度を表し、正数である。 η は混雑度に関する弾力値であり、正数である。 w は通勤・帰宅所要時間であり、時刻に関わらず一定と仮定する。 $c > 0$ (円/分) は自宅出発時刻が早いことに関する、 $e > 0$ (円/分) は自宅帰宅時刻が遅いことに関するスケジュールコストの勾配を表す。つまり、 c, e は時間価値を示す。ここでは、簡単化のために出勤時と帰宅時の時間価値は等しく、 $c = e$ とする。スケジュールコストはある基準となる時刻 T を基準に計測する。

(2) 鉄道企業の輸送力供給のモデル化と時刻別運賃

時点 t_g に都心に到着する通勤者に対して供給される輸送力を単位時間当りの通勤者数を用いて $u(t_g)$ (人/分)、時点 t_r に都心を出発する通勤者に対して供給される輸送力を単位時間当りの通勤者数を用いて $v(t_r)$ (人/分) と表す。本研究では議論を単純化するため、高密度で運行されている路線を想定し、輸送力を時間軸上の連続関数として扱う。このとき、時刻 t_g 以前に都心に到着する累積通勤者数の割合を $m(t_g)$ 、時刻 t_r 以前に都心を出発する累積通勤者数の割合を $l(t_r)$ とすると、次式が成立する。

$$\dot{m}(t_g)N = s(t_g)u(t_g) \quad (3)$$

$$\dot{l}(t_r)N = r(t_r)v(t_r) \quad (4)$$

ただし、 $\dot{m}(t_g) = dm(t_g)/dt_g$ 、 $\dot{l}(t_r) = dl(t_r)/dt_r$ である。 N は総通勤者数であり、定数とする。

鉄道企業の出勤、帰宅時間帯の輸送費用は、それぞれ各時点ごとにかかる費用を積み上げたものであり、各時点の費用はその時点 t_g, t_r の輸送力 $u(t_g), v(t_r)$ の関数であると仮定する。よって、出勤時の輸送費用関数 TRC_m 、帰宅時の輸送費用関数 TRC_e をそれぞれ次式により定義する。

$$TRC_m = \int_{T_0}^{T_2} \zeta(u(t_g))^{\iota} dt_g \quad (5)$$

$$TRC_e = \int_{T_1+H}^{T_3+H} \zeta(v(t_r))^{\iota} dt_r \quad (6)$$

ここで、 ι は輸送費用関数の弾力値で、 $\iota > 1$ の定数であると仮定する。 ζ は輸送費用の比例係数で、正数である。また、 T_0, T_2 はそれぞれ、すべての通勤者のうち都心へ最も早く到着する通勤者の時刻、最も遅く到着する通勤者の時刻を表し、 $T_1 + H, T_3 + H$ はそれぞれ、すべての通勤者のうち都心を最も早く出発する通勤者の時刻、最も遅く出発する通勤者の時刻を表す。

鉄道企業は総括原価方式に従い、基本運賃を設定していると仮定する。すなわち、各通勤者の出勤にかかる基本運賃 RCB_m 、帰宅にかかる基本運賃 RCB_e は次式で表される。

$$RCB_m = TRC_m/N \quad (7)$$

$$RCB_e = TRC_e/N \quad (8)$$

基本運賃とは別に、最適パターンを実現するための、時刻別混雑料金を考える。混雑料金は正・負の値がバランスし、その総和が0となるように定義されているとする。すなわち、出勤時の混雑料金を $\omega_m(t_g)$ 、帰宅時の混雑料金を $\omega_e(t_r)$ とすると、

$$\int_{T_0}^{T_2} \dot{m}(t_g)N\omega_m(t_g)dt_g = 0 \quad (9)$$

$$\int_{T_1+H}^{T_3+H} \dot{l}(t_r)N\omega_e(t_r)dt_r = 0 \quad (10)$$

が成立する。したがって、時刻 t_g に出勤する通勤者の出勤時運賃 $RC_m(t_g)$ 、 t_r に帰宅する通勤者の帰宅時運賃 $RC_e(t_r)$ は次式で表される。

$$RC_m(t_g) = RCB_m + \omega_m(t_g) \quad (11)$$

$$RC_e(t_r) = RCB_e + \omega_e(t_r) \quad (12)$$

(3) 一般企業の生産活動のモデル化

すべての一般企業は都心に立地する労働者管理企業であり、労働力のみを投入し、ニュメール財を生産する。このとき、従業者1人あたりの生産額が、そのまま、その従業者の賃金として分配されると仮定する。ここでは、都市内のすべての一般企業は相互に関連があり、業務活動における時間的集積の経済性が働くと仮定する^{5),6)}。さらに、都市内には時間的集積の経済性の大ききの等しい産業のみが存在するとし、自他社問わず各従業者間で同等の時間的集積の経済性が働くと仮定する。

時刻 t_w に始業する 1 従業者あたりの 1 日の生産額 $Y(t_w)$ (=賃金) は次式のように、ある時点で都市内で労働している従業者数を取り入れた瞬間的な生産関数を労働時間帯 $[t_w, t_w + H]$ に渡って積み上げたものとして定義できる。

$$Y(t_w) = \int_{t_w}^{t_w+H} A (\rho(\tau)N)^\alpha d\tau \quad (13)$$

ここで、 H (分) は労働時間であり、すべての従業者で一定である。 $\rho(\tau)$ は時点 τ に業務を行っている従業者数の比率を表す。 A は各一般企業の技術水準を表すパラメータ、 α は時間的集積の経済性の大きさを表すパラメータで、 $0 < \alpha < 1$ であるとし、それぞれ、1つの都市内では一定値をとるとする。 α は自動車製造・鉄鋼産業のような装置依存型の産業が多い都市では大きく、コンサルタント業・学術研究機関のような知識集積型産業の多い都市では小さい値をとる。

$Y(t_w)$ は α が大きい場合には自身の労働時間帯に、より多くの従業者が労働している方が高くなる。一方、 α が小さい場合には時間的集積の効果が小さく、他の従業者が労働していなくとも十分な賃金が得られる。

(4) 通勤者の総効用

以上の定式化から、通勤者 q が最終的に享受する総効用 $W(q)$ は、以下のように表すことができる。

$$W(q) = Y(n^{-1}(q)) + U(m^{-1}(q)) + V(l^{-1}(q)) - RC_m(m^{-1}(q)) - RC_e(l^{-1}(q)) \quad (14)$$

ここで、 $n^{-1}(q)$ 、 $m^{-1}(q)$ 、 $l^{-1}(q)$ はそれぞれ、 $t_w = n^{-1}(q)$ 、 $t_g = m^{-1}(q)$ 、 $t_r = l^{-1}(q)$ であり、 $n(t_w)$ 、 $m(t_g)$ 、 $l(t_r)$ の逆関数である。また、 $n(t_w)$ は、時刻 t_w 以前に始業している累積通勤者数の割合を表す。

各通勤者は、その通勤者にとって有利な状況、すなわち、式(14)に示した通勤者の効用 $W(q)$ の値が大きくなるように入社時刻、始業(終業)時刻、退社時刻を設定する。そのため、均衡状態においては、各通勤者の効用は等しくなる。なぜなら、効用が等しくない状態では、効用の低い通勤者は、効用の高い通勤者のスケジュールに時刻を変更することにより、効用の改善が可能であるからである。したがって、最終的にはすべての通勤者において、等効用となる。

$$dW(q)/dq = 0 \quad (15)$$

(5) 社会的厚生水準のモデル化

政府の目的は、すべての一般企業の総生産額と通勤者の鉄道通勤による不効用・混雑料金、鉄道企業の輸送費用の和である「社会的厚生水準」を最大にすることにある。社

会的厚生水準 SW は次式により表される。

$$SW = \int_{T_0}^{T_3+H} [\dot{n}(t)N \cdot Y(t) + \dot{m}(t)N(U(t) - \omega_m(t)) - \zeta u(t)^t + \dot{l}(t)N(V(t) - \omega_e(t)) - \zeta v(t)^t] dt \quad (16)$$

ここで、式(16)の右辺第1項は総生産額(=総賃金)、第2項は総出勤不効用・混雑料金、第3項は総出勤輸送費用、第4項は総帰宅不効用・混雑料金、第5項は総帰宅輸送費用を表す。

4. フレックスタイム下の最適始業時刻分布の分析

(1) フレックスタイムの分析の前提

フレックスタイム下では、各通勤者は入社時刻・始業時刻を考える際に、帰宅時のことを考慮する必要が生ずる。なぜなら、労働時間が一定であるため、始業時刻を変更すれば、その分だけ終業時刻も変化するためである。つまり、通勤者は1日のスケジュールの決定において、入社時刻、始業時刻(終業時刻)、退社時刻を同時に考えることになる。ここでは、労働時間が十分に長く、全員が勤務する時間帯 $[T_2, T_1 + H]$ が存在すると仮定する。なお、最遅始業時刻は最遅入社時刻 T_2 に等しく、最早終業時刻は最早退社時刻 $T_1 + H$ に等しいと仮定する。

労働時間はすべての従業者に等しく H (分)なので、終業時刻と退社時刻を $-H$ (分) だけずらしても問題の本質が変わらない。そこで、分析の簡単化のために終業時刻と退社時刻を $-H$ (分) だけずらして考える。つまり、累積終業者数の割合 $1 - \rho(t + H)$ を時刻 t 以前に始業している累積始業者数の割合 $n(t)$ を用いて $1 - n(t)$ に、累積退社者数の割合 $l(t + H)$ を $l(t)$ に、帰宅時混雑料金 $\omega_e(t + H)$ を $\omega_e(t)$ に変換して取り扱う。

(2) 最適始業時刻分布決定問題の定式化

3.で定式化したモデルを用いて、社会的厚生水準(16)を最大化する問題を考えると、 $s(t)$ 、 $u(t)$ 、 $r(t)$ 、 $v(t)$ 、 $k(t)$ 、 $\omega_m(t)$ 、 $\omega_e(t)$ を制御変数(≡ $z(t)$) とする社会的厚生水準 SW の最適決定問題として、以下のように定式化できる。

$$\max_{s(t), u(t), \omega_m(t), \omega_e(t), r(t), v(t), k(t)} SW = \int_{T_0}^{T_3} [\dot{m}(t)N(U(t) - \omega_m(t)) - \zeta u(t)^t + \dot{l}(t)N(V(t) - \omega_e(t)) - \zeta v(t)^t + \dot{n}(t)N \cdot Y(t)] dt \quad (17a)$$

$$s.t. \quad \dot{m}(t) = s(t)u(t)/N \quad (17b)$$

$$\dot{l}(t) = r(t)v(t)/N \quad (17c)$$

$$\dot{n}(t) \equiv k(t)/N \quad (17d)$$

$$\dot{Y}(t) = \begin{cases} A \{(1 - n(t))^\alpha - n(t)^\alpha\} N^\alpha & \text{if } (T_1 \leq t \leq T_2) \cap (\dot{n}(t) \neq 0) \\ 0 & \text{if } (t < T_1, T_2 < t) \cup (\dot{n}(t) = 0) \end{cases} \quad (17e)$$

$$dW(q)/dq = 0 \quad (17f)$$

$$h_1(t) \equiv -l(t) \leq 0 \quad (17g)$$

$$h_2(t) \equiv l(t) - n(t) \leq 0 \quad (17h)$$

$$h_3(t) \equiv n(t) - m(t) \leq 0 \quad (17i)$$

$$h_4(t) \equiv m(t) - 1 \leq 0 \quad (17j)$$

$$m(T_0) = 0, l(T_0) = l(T_1) = 0, n(T_0) = n(T_1^-) = 0 \quad (17k)$$

$$Y(T_0) = Y(T_1^-) = 0 \quad (17l)$$

$$\theta_1(x(T_3)) \equiv m(T_3) - 1 = 0 \quad (17m)$$

$$\theta_2(x(T_3)) \equiv l(T_3) - 1 = 0 \quad (17n)$$

$$\theta_3(x(T_3)) \equiv n(T_3) - 1 = 0 \quad (17o)$$

$$\theta_4(x(T_3)) \equiv \begin{cases} Y(T_3) - \int_t^{T_3} A n(\tau)^\alpha d\tau \Big|_{t=T_3} \\ - \int_{T_1}^t A (1-n(\tau))^\alpha d\tau \Big|_{t=T_3} \\ -A(T_1 + H - T_2) = 0 \quad \text{if } T_2 = T_3 \\ Y(T_3) = 0 \quad \text{if } T_2 \neq T_3 \end{cases} \quad (17p)$$

ここで、(17b)-(17e) は状態変数 $x(t) = (m(t), l(t), n(t), Y(t))$ の状態拘束、(17f) は等効用条件を表す。(17g)-(17j) は $x(t)$ の状態制約条件を表し、物理的可能条件である。(17k)、(17l) は状態変数の初期条件、(17m)-(17p) は状態変数の終端条件を表す。

本問題においては、混雑料金に関する仮定 (9)、(10) より、汎関数 (17a) 中の混雑料金 $\omega_m(t), \omega_e(t)$ の総和が 0 になることに注意すると、 $\omega_m(t), \omega_e(t)$ は等効用条件 (17f) にのみ現れる。そのため、一旦等効用条件 (17f) を外した問題を考え、事後的にこの条件を満足するように混雑料金を定めることにより、求解が容易となる。最適制御理論¹²⁾を用いてモデルの求解を行うと、 $t \in [T_0, T_3]$ において必要条件を満たす最適軌道 $x(t) = x^o(t)$ は、(17g)-(17j) が 0 か否かの組み合わせにより、a) 全員が一斉始業・終業、b) フレックスタイムと一斉始業・終業が混在、c) 全員がフレックスタイム、の 3 つのパターン (数値例の図-1-図-3 参照) に分類され、それぞれの解は付録 A に示すように解析的に求められる。

5. 数値計算例

(1) 最適軌道の数値例

時間的集積の経済性の大きさを表す α は産業によって異なる。そこで、 α の値を変化させ、始業時刻分布の最適解に代入し、その形状を示す。また、そのパターンを実現するための混雑料金を示す。

以下の数値例では、通勤鉄道を対象とする過去の実証研究¹³⁾における混雑不効用関数の南海本線の推定値を用い $\eta = 4.5$ 、大阪市の地下鉄四つ橋線を対象とする費用構造分析¹⁴⁾を参考に $\iota = 3.1, \zeta = 0.0008$ (円/分)と設定する。また、 $c = 10$ (円/分)、 $N = 40,000$ (人)、 $H = 450$ (分)、 A : 全通勤者が一斉始業のときの 1 通勤者あたりの 1 日の賃金が 20,000(円)になるように設定する。

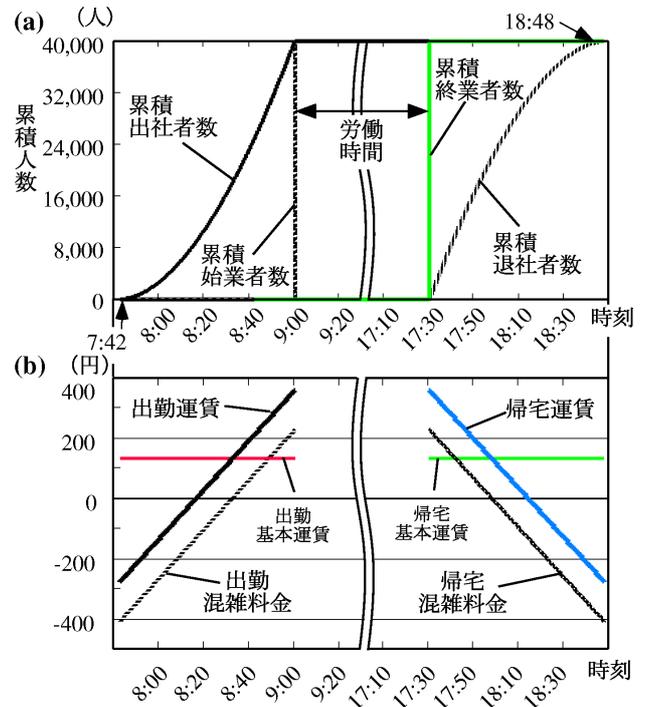


図-1 全員が一斉始業・終業のパターンと混雑料金

なお、結果の表示の便宜上、フレックスタイム導入前の労働時間帯を 9:00-17:30(昼休憩 1 時間)とし、各個人は慣例的に 9:00 と 17:30 が最も望ましい始業、終業時刻と考えているとする。

(a) 全員が一斉始業・終業の解

図-1(a) は、すべての従業員が 9:00 始業、17:30 終業の一斉始業・終業を行う解を表示したものである。このパターンは、図-4 に後述するようにパラメータ α の設定に関わらず、最適解になることはない。しかしながら、 α が 1 に近い大きな値を取る時には、最適なパターンとの効用の差は小さく、実際的には最適な状況と考えても差し支えない。このパターンでは、混雑を避けるために 7 時台から出社する従業員が存在するが、 α が大きいため、出社直後の $\rho(t)$ が小さい時間帯に始業しても得られる賃金が少ないため、各従業員は全員が出社するのを待って始業する。帰宅時も同様に全員の終業時にあわせて終業する。

図-1(b) は、図-1(a) のパターンを実現するために必要な、時刻毎の混雑料金を示したものである。実際には、基本運賃と、時刻毎に異なる混雑料金を合わせたものを運賃として徴収する。このパターンでは、遅く出勤するほど列車の混雑度が高く、遅い時間帯ほど高い混雑料金を課して、これを緩和することになる。結果として、一斉始業時刻である 9:00 に出社する通勤者に最も高い混雑料金が課される。なお、この数値例では混雑料金の格差を大きくつける必要があるため、8:16 以前に出社する通勤者の運賃が負となった。つまり、早く出社する通勤者に報奨金等の報酬を与えることが必要となる。

この数値例の 1 人当たりの平均効用は 19,000 円である(賃金:20,000 円、往復スケジュールコスト:-554 円、往復

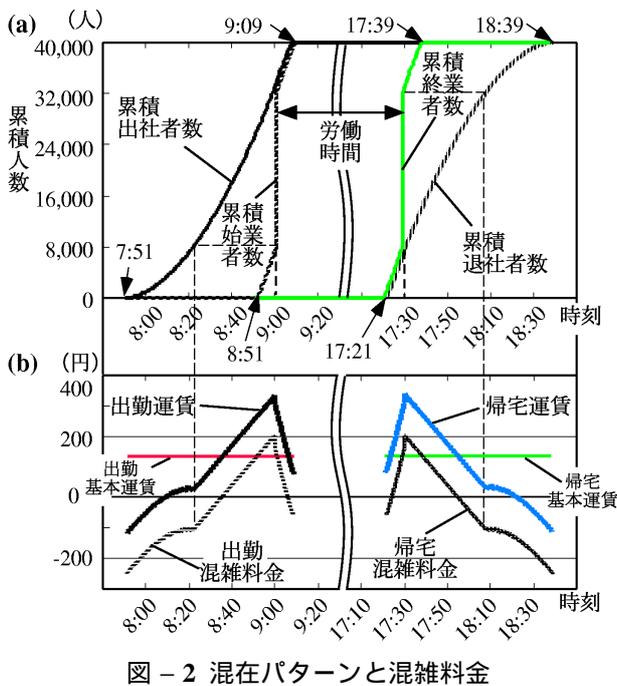


図-2 混在パターンと混雑料金

混雑不効用:-182円, 往復運賃:264円).

(b) フレックスと一斉始業・終業が混在する解

α を 0.5 に設定した上で数値計算を行うと図-2(a) のような最適解が得られる.

この解では, 約 6 割の従業員が 9:00(17:30) に一斉始業(終業)を行い, 残りの 4 割の従業員がその前後の 18 分間に連続的に始業(終業)するフレックスタイムを行う. 出勤・帰宅時の単位スケジュールコスト c , 弾力値のパラメータ η などに比べて, α がある程度小さいため, 混雑を避けるために出社(退社)時刻をずらしたり, 待ち時間を減らすために始業(終業)時刻をずらすことのメリットが賃金の減少分を上回る従業員が存在する.

図-2(b) より, 混雑料金は一斉始業時刻(9:00)が最も高い. 9:00以降の通勤者は賃金の減少分が大きく, 混雑料金は安くなる. また, 9:00以前の通勤者は混雑度を緩和するために, 早く出勤する通勤者ほど安い混雑料金となる. しかし, 8:22以前に出社し, 9:00以前に始業するフレックスタイム通勤者は午前の労働時間が長いことに起因する賃金差が混雑料金に加えて作用するため, 8:22以前の混雑料金の変化率が小さくなる.

このときの1人当たりの平均効用は19,091円である(賃金:19,917円, 往復スケジュールコスト:-376円, 往復混雑不効用:-183円, 往復運賃:266円).

この数値例の場合, フレックスタイムの導入が困難な企業が存在しても, 他の4割の通勤者にフレックスタイム制度を導入することができれば, 最適な状況を作り出すことが可能である.

(c) 全員がフレックスタイムの解

α を 0.2 に設定した上で数値計算を行うと, 図-3(a) のような最適解が得られる.

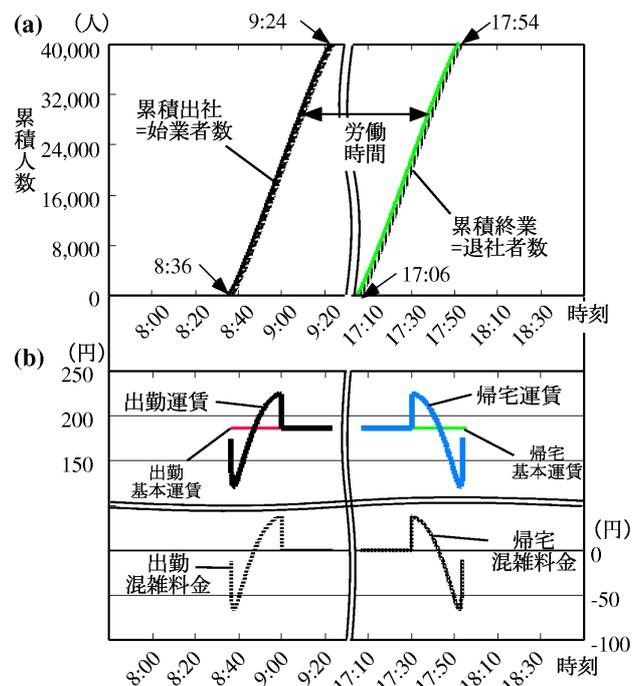


図-3 全員がフレックスタイムのパターンと混雑料金

この解では, 全従業員が 8:36-9:24(17:06-17:54) の 48 分間に連続的に始業(終業)するフレックスタイムを行う. このとき, 全従業員が出社と同時に始業し, 終業と同時に退社する. α が小さく, 労働時間帯を他の従業員とずらしても十分な賃金が得られる. そのため, 混雑を避けたり, 待ち時間を減らすために出社, 退社時刻を他の従業員とずらすことが有利となるパターンである.

全員が出社と同時に始業し, 終業と同時に退社することから, 通勤者は出社順に退社する. そのため, このパターンの混雑料金には様々な賦課方法が考えられる. 図-3(b) に, 時刻別混雑料金の一例を示す. 混雑料金は最高の賃金を得る 20,000 人目の通勤者が出社(退社)する 9:00(17:30) が最も高い. 出社時刻が早くなるか, または退社時刻が遅くなるほど得られる賃金が少ないため, 混雑料金は低くなる. ただし, 最早出社時刻, 最遅退社時刻付近では, 混雑度が 0 に近くなるため, 等効用を満たすために混雑料金が高く設定される.

このときの1人当たりの平均効用は19,184円である(賃金:19,816円, 往復スケジュールコスト:0円, 往復混雑不効用:-258円, 往復運賃:374円).

この $\alpha = 0.2$ のケースにおいて, 最適解である上記のパターンを実現するためには全従業員にフレックスタイム制度を導入する必要がある. もし, フレックスタイムを一切認めずに, 一斉始業を行わせるという条件で最適化すると, (a) と同じ効用が得られる. これと (c) の最適解を比較すると, 賃金は 180 円程度の減少でほとんど減らないが, 待ち時間がなくなるためスケジュールコストが 0 になり, 結果として効用は上回る. ただし, 運賃や混雑は悪化している. このことから, 混雑を緩和することが必ずしも社会全体の効用を最大化するわけではなく, 都市ごとにその効

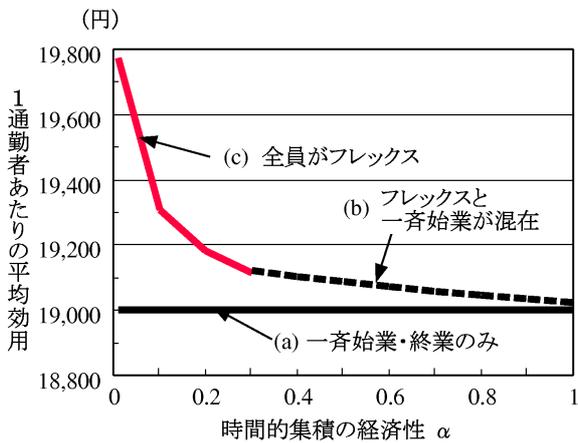


図-4 α の違いによる最適パターンと平均効用

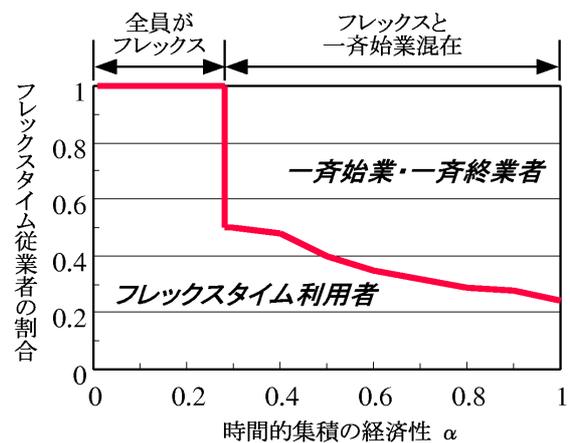


図-5 フレックスタイム従業員の最適割合

果を吟味する必要があることを意味している。

(2) 時間的集積の経済性と最適パターン

時間的集積の経済性の大きさを表す α の値を変化させて、数値計算を行った。図-4は、 α の値に応じた最適なパターンと、そのときの1通勤者あたりの平均効用を表している。さらに、フレックスタイム制度の導入による効果を見るために、フレックスタイムが導入されていない状況であるパターン (a) の平均効用を併せて表記した。

$\alpha > 0.28$ の時は、(b) フレックスと一斉始業が混在するパターンが最適となる。(a) 一斉始業・終業のパターンと比較すると、 α の値に応じて、100円程度のフレックスタイムによる効果があることが分かる。しかし、 α が1に近づくと、差がわずかしかなくなり、フレックスタイム導入の効果があまり期待できなくなる。

一方、 $\alpha < 0.28$ の時は、(c) 全員がフレックスのパターンが最適となり、効用も大きく増加し、フレックスタイム導入の効果がある。

(3) フレックスタイムの最適導入割合

以上の数値計算例の最適パターンにおいて、何割の通勤者がフレックスタイムを行っているかを示したのが図-5である。

$\alpha > 0.28$ の時、最適パターンでは2割から5割の通勤者がフレックスタイムを行う。つまり、実際にフレックスタイムを導入できない企業が存在しても、 α の値に応じて、2割から5割の通勤者にフレックスタイムを導入できれば、最適パターンを実現できる。一方、 $\alpha < 0.28$ の時は、全員がフレックスタイムを行わなければ、最適解を実現できない。

6. おわりに

本研究では、大都市の鉄道通勤に対する最適なフレックスタイムのパターンを理論的に分析できるモデルを構築し、求解した。さらに、数値例により、最適な状況を作り

出すための時刻別混雑料金の値と、何割の従業員がフレックスタイムを行えばよいかを定量化できることを示した。また、効用の大きさも定量的に評価し、企業の生産性の低下を考慮してもフレックスタイム制度の効果があることを確認した。

本研究では、通勤者や企業を単一に仮定した。しかし、実際の都市には嗜好の異なる通勤者や規模の異なる複数の産業・職種が存在しており、これらを考慮する必要がある。また、時刻別運賃といった手段を用いない状況下で、達成されるパターンの分析も必要である(利用者均衡問題)。さらに、本研究で想定した時刻別運賃は連続的に運賃を変化させているが、より現実的な多段階運賃システムのケース、あるいは運賃の代わりに始業時刻別に差別化された事業所税の制度を導入するケースについて分析を行う必要があると考える。

参考文献

- 1) 労働省政策調査部：平成11年賃金労働時間制度等総合調査、2000。
- 2) 例えば、高山 純一・谷 英賢・木村 実・小村 正隆：金沢市における時差出勤制度の社会実験、土木計画学研究・論文集、No.15, pp.821-830, 1998。
- 3) Hall, R. : Booms and Recessions in a Noisy Economy, Yale Univ. Press, New Haven and London, 1991。
- 4) 吉村 充功・奥村 誠・塚井 誠人：都市内業務トリップにおける時間的集積の経済性、都市計画論文集、No.34, pp.217-222, 1999。
- 5) Henderson, J.V. : The economics of staggered work hours, Journal of Urban Economics, Vol.9, pp.349-364, 1981。
- 6) Henderson, J.V. : Economic Theory and the Cities, Academic Press, Chap.8, 1985 [折下 功訳, 経済理論と都市, 勁草書房, 1987]。
- 7) 文 世一・米川 誠：フレックスタイム制が混雑に及ぼす影響、応用地域学会発表論文, 1997。
- 8) 赤松隆・早崎俊和・前田祐希：道路交通における通勤混雑緩和のための最適勤務開始時刻分布, 土木計画学研究・論文集、No.16, pp.979-989, 1999。
- 9) 奥村誠・永野光三・小林潔司：始業時刻の設定が鉄道通勤交通に及ぼす影響に関する研究, 土木計画学研究・論文集、No.15, pp.831-840, 1998。

- 10) 永野光三・奥村誠・小林潔司：鉄道時差出勤の導入インセンティブに関する分析, 土木計画学研究・講演集, No.21(2), pp.885-888, 1998.
- 11) 吉村充功・奥村誠：鉄道通勤における「スーパーフレックス」制度の経済評価, 都市計画論文集, No.35, pp.1075-1080, 2000.
- 12) 志水 清孝：最適制御の理論と計算法, コロナ社, pp.54-104, 1994.
- 13) 志田 州弘・古川 敦・赤松 隆・家田 仁：通勤鉄道利用者の不効用関数パラメータの移転性に関する研究, 土木計画学研究・講演集, No.12, pp.519-525, 1989.
- 14) 永野光三：大都市圏における鉄道通勤交通のマネジメント施策に関する研究, 京都大学博士論文, pp.173-176, 1998.

付録 A 最適始業時刻分布決定問題の解

状態制約付き最適制御問題の最適性条件¹²⁾より, 最適始業時刻分布決定問題 (17a)-(17p) を求解すると, 状態制約 (17g)-(17j) が 0 か否かの組み合わせにより, 3 つのパターンが最適軌道の必要条件を満たし, 解が解析的に求まる.

(1) 全員が一斉始業・終業の解

出勤時間帯 $t \in [T_0, T_2]$ の時刻別混雑度 $s(t)$, 時刻別輸送力 $u(t)$, 累積出社者率 $m(t)$ は次式で表される.

$$s(t) = \left(\frac{c(t - T_0)}{1 + \eta} \right)^{\frac{1}{\eta}} \quad (18)$$

$$u(t) = \left(\frac{\eta}{\zeta t} \right)^{\frac{1}{\theta}} \left(\frac{c(t - T_0)}{1 + \eta} \right)^{\frac{1+\eta}{\eta\theta}} \quad (19)$$

$$m(t) = \frac{\zeta\theta}{cN} \left(\frac{\eta}{\zeta t} \right)^{\frac{1+\theta}{\theta}} \left(\frac{c(t - T_0)}{1 + \eta} \right)^{\phi} \quad (20)$$

$$r(t) = v(t) = l(t) = n(t) = 0 \quad (21)$$

ここで, $\theta = \iota - 1$, $\phi = (1 + \eta)(1 + \theta)/(\eta\theta)$ である. 出社する通勤者が存在する時間帯 $(T_2 - T_0)$ は次式で表される.

$$T_2 - T_0 = (\phi N)^{\frac{1}{\phi}} \left(\frac{\zeta t}{\eta} \right)^{\frac{1}{\theta\phi}} \left(\frac{1 + \eta}{c} \right)^{\frac{\phi-1}{\phi}} \quad (22)$$

帰宅時間帯 $t \in [T_1, T_3]$ の時刻別混雑度 $r(t)$, 時刻別輸送力 $v(t)$, 累積退社者率 $l(t)$ は次式で表される.

$$r(t) = \left(\frac{c(T_3 - t)}{1 + \eta} \right)^{\frac{1}{\eta}} \quad (23)$$

$$v(t) = \left(\frac{\eta}{\zeta t} \right)^{\frac{1}{\theta}} \left(\frac{c(T_3 - t)}{1 + \eta} \right)^{\frac{1+\eta}{\eta\theta}} \quad (24)$$

$$l(t) = 1 - \frac{\zeta\theta}{cN} \left(\frac{\eta}{\zeta t} \right)^{\frac{1+\theta}{\theta}} \left(\frac{c(T_3 - t)}{1 + \eta} \right)^{\phi} \quad (25)$$

$$s(t) = u(t) = 0, \quad m(t) = n(t) = 1 \quad (26)$$

退社する通勤者が存在する時間帯 $(T_3 - T_1)$ は次式で表される.

$$T_3 - T_1 = (\phi N)^{\frac{1}{\phi}} \left(\frac{\zeta t}{\eta} \right)^{\frac{1}{\theta\phi}} \left(\frac{1 + \eta}{c} \right)^{\frac{\phi-1}{\phi}} \quad (27)$$

本パターンでも明らかなように, 本研究の設定では, 出勤時と帰宅時の時間価値を等しくおいていることから, 最適解のパターンは, 時刻 $(T_0 + T_3)/2$, 累積通勤者割合 0.5 の交点に対し点対称である. 以下, $t \in [(T_0 + T_3)/2, T_3]$ の区間の解の記述を省略し, $t \in [T_0, (T_0 + T_3)/2]$ の区間についてのみ, 記述する.

(2) フレックスタイムと一斉始業・終業が混在の解

時刻 $t \in [T_0, T_1]$ の区間は, 先に示した式 (18)-(21) である. 時刻 $t \in [T_1, (T_0 + T_3)/2]$ において, $s(t)$, $u(t)$, $m(t)$ は, 先の式 (18)-(20) と同様である. $l(t)(= n(t))$ は, 次の 2 元連立微分方程式の解として求まる.

$$\dot{l}(t) = \frac{1}{N} \left(\frac{\eta}{\zeta t} \right)^{\frac{1}{\theta}} \left(\frac{-\xi_0 ct - \xi_{b12}/N - \beta_{2b1}(t)/N}{\xi_0(1 + \eta)} \right)^{\phi-1} \quad (28)$$

$$\dot{\beta}_{2b1}(t) = \xi_0 AN^{\alpha} \left[\{(1 + \alpha)n(t)N + \xi_{b14}\alpha\} n(t)^{\alpha-1} - \{(1 - (1 + \alpha)n(t)N - \xi_{b14}\alpha)\} (1 - n(t))^{\alpha-1} \right] \quad (29)$$

ただし, ξ_{b12} , ξ_{b14} はそれぞれ状態拘束式 (17c), (17e) に対応する区分的に連続なベクトル値関数の積分定数であり, 最適性条件より求まる. $\beta_{2b1}(t)$ は状態制約式 (17h) に対応するスカラー値関数である. このときの $r(t)$, $v(t)$ は次式の通りである.

$$r(t) = \left(\frac{-\xi_0 ct - \xi_{b12}/N - \beta_{2b1}(t)/N}{\xi_0(1 + \eta)} \right)^{\frac{1}{\eta}} \quad (30)$$

$$v(t) = \left(\frac{\eta}{\zeta t} \right)^{\frac{1}{\theta}} \left(\frac{-\xi_0 ct - \xi_{b12}/N - \beta_{2b1}(t)/N}{\xi_0(1 + \eta)} \right)^{\frac{1+\eta}{\eta\theta}} \quad (31)$$

(3) 全員がフレックスタイムの解

時刻 $t \in [T_0, T_3]$ の $m(t)(= n(t) = l(t))$ は, 以下の 2 元連立微分方程式の解として求まる.

$$\dot{m}(t) = \frac{1}{N} \left(\frac{\eta}{\zeta t} \right)^{\frac{1}{\theta}} \left(\frac{\xi_0 ct - \xi_{b21}/N + \beta_{3b2}(t)/N}{\xi_0(1 + \eta)} \right)^{\phi-1} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \dot{\beta}_{3b2}(t) &= -\xi_0 cN \\ &- \frac{1}{2} \xi_0 A \left[\{(1 + \alpha)n(t)N + \xi_{b24}\alpha\} n(t)^{\alpha-1} N^{\alpha} - \{1 - (1 + \alpha)n(t)N - \xi_{b24}\alpha\} (1 - n(t))^{\alpha-1} N^{\alpha} \right] \end{aligned} \quad (33)$$

ξ_{b21} , ξ_{b24} はそれぞれ状態拘束式 (17b), (17e) に対応する区分的に連続なベクトル値関数の積分定数であり, 最適性条件より求まる. $\beta_{3b2}(t)$ は状態制約式 (17i) に対応するスカラー値関数である.

$s(t)(= r(t))$, $u(t)(= v(t))$ は次式の通りである.

$$s(t) = \left(\frac{\xi_0 ct - \xi_{b21}/N + \beta_{3b2}(t)/N}{\xi_0(1 + \eta)} \right)^{\frac{1}{\eta}} \quad (34)$$

$$u(t) = \left(\frac{\eta}{\zeta t} \right)^{\frac{1}{\theta}} \left(\frac{\xi_0 ct - \xi_{b21}/N + \beta_{3b2}(t)/N}{\xi_0(1 + \eta)} \right)^{\frac{1+\eta}{\eta\theta}} \quad (35)$$

鉄道通勤における最適フレックスタイムパターンの研究*

吉村 充功[†]・奥村 誠[‡]

近年、フレックスタイムなどのTDM施策が実施され、行政サイドでも制度の導入促進を提唱している。しかし、実際にどの程度まで導入割合が増えれば社会的に十分なかどうかはこれまで明らかにされていない。本研究では、大都市の鉄道通勤を対象に通勤者や企業といったそれぞれの主体の効用を定式化し、フレックスタイム下の社会的に最適な出社・始業・終業・退社時刻分布を解析的に求めた。さらに、数値例を通して、最適パターンを実現するための時刻別運賃の設定値と、何割の従業者がフレックスタイムを行えば社会的に最適な状況を作り出すことが可能であることを示した。また、実際に享受する効用の大きさも明らかにした。

Study of Patterns for Optimal Flexible Work Hours on Railway Commuting*

By Mitsunori YOSHIMURA[†] and Makoto OKUMURA[‡]

In this paper, we proposed the model to analyze the optimal commuting and work start (end) time distribution under flexible work hours on railway commuting considering temporal agglomeration effect. Based on optimal control theory, we could solve our model analytically, and get three optimal patterns. Through numerical examples, we could calculate values of differentiated fare in time and introduction rate of flexible workers in order to realize the optimum situation. Furthermore, we could calculate utility level for each pattern, and evaluate economic effect of the flexible work hours.
