

フレックスタイム制度下における最適ピークロードプライシング* Optimal Peak-Load Pricing under Flexible Work Hours System*

吉村 充功**・奥村 誠***・松本 寛史****

By Mitsunori YOSHIMURA**・Makoto OKUMURA***・Hirofumi MATSUMOTO****

1. はじめに

近年、道路容量の拡張の限界から都心部での通勤混雑は慢性化しており、その解決を図るための TDM (Transportation Demand Management) 施策として、「ピークロードプライシング (混雑料金)」や「時差出勤」「フレックスタイム」などの交通需要の時間的な分散をねらう施策が有望視されている。

これまで、始業時刻分布を与件として通勤者の自宅出発時刻分布、渋滞待ち時間を導いた理論研究により、混雑料金の交通混雑緩和に対する効果の分析が成されている^{1),2)}。しかし、フレックスタイム制度下ではピークロードプライシング (以下、ピークロード) の導入により、通勤者が自宅出発時刻ばかりでなく始業時刻も同時に変更して自身の効用を高めようとする可能性がある。このとき、企業の生産活動には時間的集積の効果が働いており³⁾、結果として始業時刻の変更による混雑緩和効果以上に、生産効率の低下を招く可能性がある。そのため、フレックスタイム制度の下でピークロードの効果进行分析するには、企業の生産効率への影響を考慮する必要がある。

文らや筆者らは、フレックスタイム制度による企業の生産性の低下を考慮した混雑現象の分析を行ってきた^{4),5)}。文らは各通勤者自身の混雑不効用に等しい混雑料金を課金できれば、各通勤者の効用を変化させることなく料金収入に等しい分だけ社会的余剰を改善でき、システム最適な状況が達成できることを示した。しかし、このような時々刻々と異なる混雑料金を課金することは現実的には不可能である。操作性や課金情報の提供のしやすさを考えれば、現実的なピークロードは一定の額を特定の時間帯に対して課金することであろう (1 段階ピークロード)。この場合、混雑料金の額や時間帯を誤るとかえって非効率な状況を生み出す可能性がある。

以上より、本研究ではフレックスタイム制度下におい

て社会的に望ましい定額混雑料金の課金額、課金時間帯を理論的に導出し、数値例によりその効果の大きさを示す。

2. ピークロードとフレックスタイムの研究概要

(1) ボトルネック混雑理論に関する既往の研究

出発時刻分布に関する先駆的な研究は Vickrey によってなされた⁶⁾。Vickrey は旅行費用として、混雑による不効用と、通勤開始時刻と実際の到着時刻のズレによる不効用を考慮しながら、通勤者の出発時刻を決定するという分析を行い、この出発時刻選択問題を通して時間的に変動するプライシングについて分析を行った。Arnott らは、この考えを発展させ、特定の時間帯にピークロードプライシングを行った場合の効果について分析している¹⁾。越は時差始業やプライシングによる混雑緩和効果について帰宅時を含めた研究を行い、ボトルネックの容量制約による混雑の発生と混雑軽減のための方策を明らかにしている²⁾。

以上の研究は、ボトルネック混雑問題を扱う理論的な方法を提供しており、本研究も大いに参考にしているが、いずれも始業時刻分布を与件として扱っているため、ピークロードが始業時刻選択に与える影響を考慮できない。赤松らは、この点を改良し、通勤開始時刻選択に関する動的な均衡条件を基に通勤不効用を最小にする始業時刻分布を導出している⁷⁾。しかし、始業時刻の変更による業務効率の影響については考慮できていない。

(2) フレックスタイム制度の既往の研究

平成 13 年現在、フレックスタイム制度を活用できる通勤者の割合は 8.7% とほとんど浸透していない⁸⁾。フレックスタイムを導入すると取引先との労働時間帯がずれるため企業が施策の導入に積極的でないことが社会実験でも指摘されている。

フレックスタイム制度に関連して、労働時間帯の重なり的重要性を表す「時間的集積の経済性」の効果を明示的に初めて言及したのは Henderson である。Henderson は、都市において 1 つの企業のみが存在すると仮定し、フレックスタイム制度下での従業者の通勤時刻選択行動を分析し、時間的集積の経済性の高い職種の従業者はピー

* キーワーズ: TDM, 交通管理, 交通制御

** 学生員, 修 (工), 広島大学大学院 工学研究科

(〒739-8527 東広島市鏡山 1-4-1, TEL&FAX: 0824-24-7849, E-mail: myoshimr@hiroshima-u.ac.jp)

*** 正会員, 博 (工), 広島大学大学院 工学研究科

(〒739-8527 東広島市鏡山 1-4-1, TEL&FAX: 0824-24-7827, E-mail: mokmr@hiroshima-u.ac.jp)

**** 正会員, (株) 荒谷建設コンサルタント (〒700-0976 岡山市辰巳 20-109, TEL: 086-243-6721)

ク時に通勤し、そうでない従業者はその前後に分散するという興味深い結果を示している³⁾。

文・米川は、フレックスタイム制度下の従業者の通勤時刻選択行動を分析するとともに、その下で一斉始業時刻制度をとる企業とフレックスタイム制度をとる企業の利潤を比較した⁴⁾。さらに、混雑が発生しないように通勤者ごとに異なる混雑料金を設定した場合の効用との比較を行い、フレックスタイム制度を導入しない方が望ましいケースがあることを明らかにしている。また、Yoshimura and Okumura は帰宅時を含めてフレックスタイム制度下の通勤・始業時刻分布を決定するモデルを構築している⁵⁾。しかし、以上2つの研究では、ピークロードについては通勤者ごとに異なる混雑料金を課すことを想定しており、その実現性には問題がある。

本研究では Yoshimura and Okumura のモデルを拡張し、現実的な定額の混雑料金を課すことを想定する。その下で、通勤不効用と業務効率の和である社会的厚生水準を最大にする混雑料金の額と課金時間帯を決定する最適化問題を定式化し、理論的に求解する。

3. 問題の設定と最適ピークロード決定モデル

(1) 対象都市と道路の設定

本研究では、1つのベッドタウンと1つの中心業務地区(CBD)が1本の通勤道路で連結されている都市を考える。ベッドタウンには N 人の通勤者が住み、この道路を使って出勤、帰宅する。CBDの直前には容量 k (台/分) のボトルネックが存在する。そのため、出勤、帰宅時ともボトルネック容量を超える流入があれば、ボトルネックに point queue が発生する。ボトルネック以外の道路の容量は十分に大きく自由走行でき、走行時間はすべての通勤者に等しく一定と考える。ここではシステムに影響を及ぼさないことから0とする。また、混雑料金を課金する際にはボトルネックの出口で課金する。

(2) 通勤者の出勤・帰宅時不効用のモデル化

q 番目に自宅を出発する通勤者の自宅出発 (= ボトルネック流入) 時刻を $a(q)$ 、出社 (= ボトルネック流出) 時刻を $m(q)$ とする。このとき、通勤者 q はボトルネックで $(m(q) - a(q))$ (分) の混雑時間に遭遇する。また、課金時間帯にボトルネックを通過すれば、ボトルネックの出口で混雑料金 $\rho_m(q)$ (円) が課される。さらに、コアタイムを $[T_1, T_2]$ とすれば、コアタイム開始時刻 T_1 までの $(T_1 - m(q))$ (分) だけ早く出社することになり、スケジュールコストが発生する。出勤時における混雑不効用の時間価値を e_1 (円/分)、早く出社することによる在社スケジュールコストの時間価値を $c_1 (< e_1)$ (円/分) とすれば、出勤時不効用 $U(q)$ は次式で表される。

$$U(q) = -e_1 \{m(q) - a(q)\} - \rho_m(q) - c_1 \{T_1 - m(q)\} \quad (1)$$

ここで、スケジュールコストと後の式(6)で定式化される生産額の性質、ボトルネックの通過容量が k (台/分) であることを考慮すると、 $m(q) = 1/k$ が常に保証され、出社時刻曲線 $m(q)$ に関して次式が成立する。

$$m(q) = (q - N)/k + S_2 \quad (2)$$

ただし、 S_2 は最も遅く出社する通勤者の始業時刻である。

帰宅時も同様に、退社 (= ボトルネック流入) 時刻を $l(q)$ 、帰宅 (= ボトルネック流出) 時刻を $b(q)$ 、混雑料金を $\rho_e(q)$ とすると、帰宅時不効用 $V(q)$ は次式で表される。

$$V(q) = -e_2 \{b(q) - l(q)\} - \rho_e(q) - c_2 \{l(q) - T_2\} \quad (3)$$

ただし、 $e_2, c_2 (< e_2)$ (円/分) はそれぞれ、帰宅時における混雑不効用、遅く退社することによる在社スケジュールコストの時間価値を表す。また、 T_2 はコアタイム終了時刻を表す。なお、 $e_1 > e_2, c_1 > c_2$ を仮定する。

帰宅時刻曲線 $b(q)$ に関しても同様に $b(q) = 1/k$ が常に保証され、次式が成立する。

$$b(q) = q/k + (S_1 + H) \quad (4)$$

ただし、 $S_1 (< S_2)$ は最も早く帰宅する通勤者の始業時刻、 H は労働時間 (一定) を表し、 $S_1 + H$ は最も早く帰宅する通勤者の終業時刻である。

待ち時間ができるだけない様に合理的な時刻選択が行われ、出勤時、帰宅時のスケジュールコストの時間価値が $c_1 > c_2$ であることを考慮すれば、最遅始業時刻 S_2 はコアタイム開始時刻 T_1 に等しくなり、 $S_1 \leq S_2 = T_1$ が成立する。

(3) 企業の生産活動のモデル化

本研究では、Henderson³⁾ に倣い、各時点における都市内で労働している従業者数を取り入れた瞬間的な生産関数を定義し、時間的に変動する集積の効果を考慮する。いま労働市場が完全競争的であると仮定すると、フレックスタイム制度を導入した企業は、従業者により望ましい通勤条件を提示できることになるため、その分賃金が安くとも従業者を集めることができる。従って賃金の節約により生産性の低下を補うことができる。本研究では、ピークロードの導入がフレックスタイム下の全体的な通勤・始業スケジュールにどのような影響を与えるかを見るため、すべての企業がフレックスタイム制度を導入し、従業者に始業時刻の変更を認めており、その従業者の1日の生産額に合わせて賃金が提示されると仮定する。

単純化のため、企業内のフレックスタイム制度において重要視されない要素を無視すれば、企業は時点 τ にお

いて、次式のような1従業員あたりの瞬間的な生産関数を持つと仮定できる。

$$A\xi(\tau)^\alpha, \quad 0 < \alpha < 1 \quad (5)$$

ここで、 A は企業の技術水準を表すパラメータであり、1つの都市内では一定値をとるとする。 $\xi(\tau)$ は時点 τ に CBD 全体で業務を行っている従業員数を表す。 α は時間的集積の経済性の大きさを表すパラメータである。

q 番目に出社する通勤者の始業時刻を t_w とする。従業員の生産額は瞬間的な生産関数 (5) を労働時間 $[t_w, t_w+H]$ 積分したものである。従業員 q の1日の生産額 (=賃金) $Y(q)$ は次式のようになる。

$$Y(q) = \int_{t_w}^{t_w+H} A\xi(\tau)^\alpha d\tau \quad (6)$$

ここで、 H (分) は労働時間であり、すべての従業員で一定である。

$t_w = n(q)$ として $n(q)$ の逆関数を用いると、 $q = n^{-1}(t_w)$ と表される。労働時間 H が十分に長く、全員が勤務する時間帯 $[S_2, S_1+H]$ が存在すると仮定すると、最早始業時刻 S_1 、最遅始業時刻 S_2 を用いて、 $Y(q)$ は次式のように書き換えられる。

$$Y(q) = \int_{n(q)}^{S_2} A(n^{-1}(\tau))^\alpha d\tau + AN^\alpha(S_1+H-S_2) + \int_{S_1}^{n(q)} A(N-n^{-1}(\tau))^\alpha d\tau \quad (7)$$

ただし、最遅始業時刻 S_2 はコアタイム開始時刻 T_1 に等しい。

(4) 効用と社会的厚生水準のモデル化

通勤者 q の効用 $W(q)$ は生産額 (7) から出勤・帰宅時の不効用 (1),(3) を差し引いたものとなる。

$$W(q) = Y(q) + U(q) + V(q) \quad (8)$$

ここで社会的厚生水準を考えると、社会的には混雑料金が収入となることから、社会的厚生水準 SW は全ての通勤者の効用 $W(q)$ の和と混雑料金 $\rho_m(q)$ 、 $\rho_e(q)$ を集計したものとなる。

$$SW = \int_0^N (W(q) + \rho_m(q) + \rho_e(q)) dq \quad (9)$$

(5) 最適ピークロード決定問題

前節までで定式化したモデルを用いて、フレックスタイム制度下で特定の時間帯に一定額を課金するピークロード (1 段階ピークロード) を導入し、社会的厚生水準 SW を最大化する。この問題は、各通勤者の効用が等しい条件下で課金額、課金者 (時間帯) $\rho_m(q)$ 、 $\rho_e(q)$ と始業時間

帯 $[S_1, S_2]$ を制御して SW を最大化する通勤・始業時刻分布決定問題として以下のように定式化できる。

$$\max_{\substack{\rho_m(q), \rho_e(q), \\ S_1, S_2}} SW = \int_0^N (W(q) + \rho_m(q) + \rho_e(q)) dq \quad (10a)$$

$$\text{s.t. } W(q) = \text{const.} \quad (10b)$$

$$\rho_m(q) = \begin{cases} \rho_m & \text{if } q \in [q_m^*, q_m^{**}] \\ 0 & \text{if } q \notin [q_m^*, q_m^{**}] \end{cases} \quad (10c)$$

$$\rho_e(q) = \begin{cases} \rho_e & \text{if } q \in [q_e^*, q_e^{**}] \\ 0 & \text{if } q \notin [q_e^*, q_e^{**}] \end{cases} \quad (10d)$$

ただし、 ρ_m (円) は出勤時の課金額、 $[q_m^*, q_m^{**}]$ は出勤時の被課金者を表す。 ρ_e (円) は帰宅時の課金額、 $[q_e^*, q_e^{**}]$ は帰宅時の被課金者を表す。

混雑料金を課さず $\rho_m(q) = \rho_e(q) = 0$ 、 $q \in [0, N]$ とするとき、この問題はフレックスタイム制度のみで実現する通勤・始業時刻分布決定問題となる⁵⁾。このとき、等効用条件 (10b) は $W(q) = 0$ と表され、最適制御理論を用いることにより理論的に求解できる。必要条件を満たす始業時刻分布は以下の4つのパターンに分類される。

- a) 全員が一斉始業
- b) 全員がフレックス始業
- c) 前半の通勤者が一斉始業、後半の通勤者がフレックス始業
- d) 中間の通勤者が一斉始業、前後半の通勤者がフレックス始業

4. フレックスタイム下の最適ピークロードの分析

前節で定式化した最適ピークロード決定問題 (10) において、出勤時のピークロードによって通勤者が始業 (終業) 時刻を変更する可能性があるが、本モデルの性質からそのときでも帰宅時の退社・帰宅時刻分布には影響を与えない。逆に帰宅時のピークロードによって出勤時の自宅出発・出社時刻分布には影響を与えないため、出勤時と帰宅時の最適ピークロードの決定方法は別々に考えることができる。

(1) 出勤時の最適ピークロード

出勤時に課金を行えば、課金時間帯にボトルネックを通過する通勤者は、課金無時と比べて混雑料金と等しい混雑不効用分だけ自宅出発時刻を遅くする。その結果、課金無時の混雑不効用が混雑料金の負担となるだけで効用は変化しない。しかし、社会的に見れば混雑料金による収入分だけ社会的厚生水準は増加する。もし始業時刻を変更できない状況下で課金無時の混雑不効用以上の混雑料金が課金されれば、効用は低下し、社会的厚生水準の改善効果はかえって小さくなる。これより、混雑のひ

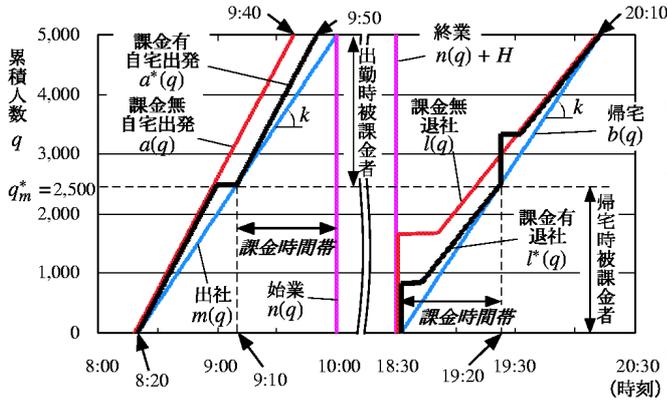


図-1 一斉始業・終業時の通勤・始業時刻分布

どい時間帯にピークロードを実施するのが効果的なことを考慮すれば、出勤時の最適ピークロードでは課金額は被課金開始者の混雑不効用が0となるように設定する必要がある。

前節の始業時刻分布パターン a) と b) では、そのパターンを維持しようとするれば始業時刻を変更できないので、最適ピークロード決定問題 (10) は、すべての被課金者の課金無時の混雑不効用を越えないように課金を実施したときの総混雑料金収入を最大にする問題と等価である。

一方、始業時刻分布パターン c) と d) は、課金無時の混雑不効用以上に混雑料金が課金された場合、その通勤者がフレックス始業を行っていれば、始業時刻を一斉始業時刻に変更し業務効率を上昇させ、効用を高めることができる。このとき社会的厚生水準も改善できる可能性がある。このようなケースの最適ピークロード決定問題 (10) は、後で述べるように被課金終了者の混雑が0となる条件を追加し、社会的厚生水準を最大にする一斉始業者数 (もしくはフレックス始業者数) を決定する問題と等価である。

以上に述べたピークロードの性質から、フレックスタイム制度下の最適ピークロードによって実現する始業時刻分布は前節に示した4つのパターンに限定される。そのため以下ではこれら4つの始業時刻分布に対して最適ピークロードの設定方法を分析する。なお、課金方法として全員が出勤する前に課金を取りやめることが考えられるが、このような課金を行った場合、追い越しを認めなければ課金終了直後は大きな混雑に遭遇することなく出勤でき、この通勤者は高い効用を得られる。そのため、等効用条件が満たされず通勤時刻分布が不安定になる可能性がある。そこで課金の必要がある出勤時の混雑不効用が最も大きい通勤者が $N/2$ より大きいことを考慮し、本分析では一度課金を始めれば最後の通勤者が出勤するまで課金を継続すると仮定する。

(a) 一斉始業時の最適ピークロード (パターン a)

一斉始業時の最適ピークロードは、総混雑料金収入が最大となるように課金時間帯と課金額を設定することである。一斉始業時は遅く自宅を出発する通勤者ほど混雑

不効用が大きくなるため、被課金開始者 q_m^* の課金無時の混雑不効用に一致するように課金額を設定し、最後の通勤者まで課金することが可能である。つまり、最適ピークロード決定問題は総混雑料金収入 TT_m を最大化する被課金開始者 q_m^* 決定問題となる。

$$\max_{q_m} TT_m = e_1 (m(q_m^*) - a(q_m^*)) (N - q_m^*) \quad (11)$$

被課金通勤者を $[q_m^*, q_m^{**}]$ 、課金時間帯を $[t_m^*, t_m^{**}]$ 、課金額を ρ_m (円) とすると、(11) の解は以下のように求まる。

$$q_m^* = N/2, \quad q_m^{**} = N \quad (12)$$

$$t_m^* = S_2 - \frac{1}{2} \frac{N}{k}, \quad t_m^{**} = S_2 \quad (13)$$

$$\rho_m = \frac{1}{2} \frac{c_1 N}{k}, \quad TT_m = \frac{1}{4} \frac{c_1 N^2}{k} \quad (14)$$

これより、課金時間帯は時間価値に依存せず、総通勤者数とボトルネック容量のみで決まる。一斉始業時の通勤・始業時刻分布の例は図-1 に示すようになる。

(b) 完全フレックス始業時の最適ピークロード (パターン b)

全員がフレックス始業を行っているとき、始業時刻は均等に分散しており、生産効率を悪化させずにこれ以上始業時刻を変更することはできない。そのため、課金無時の混雑不効用分以上には課金できず、最適ピークロード決定問題は総混雑料金収入 TT_m を最大化する被課金開始者 q_m^* 決定問題となる。

$$\max_{q_m} TT_m = e_1 (m(q_m^*) - a(q_m^*)) (N - q_m^*) \quad (15)$$

(15) の解は以下のように求まる (ケース b₁)。

$$q_m^* = q_{m_1}, \quad q_m^{**} = N, \quad (16)$$

$$t_m^* = S_2 - \frac{N - q_{m_1}^*}{k}, \quad t_m^{**} = S_2 \quad (17)$$

$$\rho_m = -\frac{A}{(\alpha + 1)k} \left\{ (N - q_{m_1}^*)^{\alpha+1} + (q_{m_1}^*)^{\alpha+1} - N^{\alpha+1} \right\} + \frac{c_1 - c_2}{k} q_{m_1}^*, \quad TT_m = \rho_m (N - q_{m_1}^*) \quad (18)$$

ただし、 q_{m_1} は以下の方程式の解である。

$$\begin{aligned} & (\alpha + 1)(c_1 - c_2)(N - 2q_{m_1}) \\ & = A [(\alpha + 1)(N - q_{m_1}) \{ (q_{m_1})^\alpha - (N - q_{m_1})^\alpha \} \\ & \quad + \{ N^{\alpha+1} - \{ (N - q_{m_1})^{\alpha+1} + (q_{m_1})^{\alpha+1} \} \}] \quad (19) \end{aligned}$$

しかし、 q_m^* の課金無時の混雑不効用 ($\equiv T_m(q_m^*)$) が最遅出勤者 N の混雑不効用 $T_m(N)$ より大きい場合、このようなピークロードは実現できない。このようなケースにおける最適混雑料金は最遅出勤者 N の混雑不効用 $T_m(N)$ に等しい額となる。このとき、課金開始者 q_m^* は方程式 (20) の解 q_{m_2} であり、その他の変数値は以下のように求

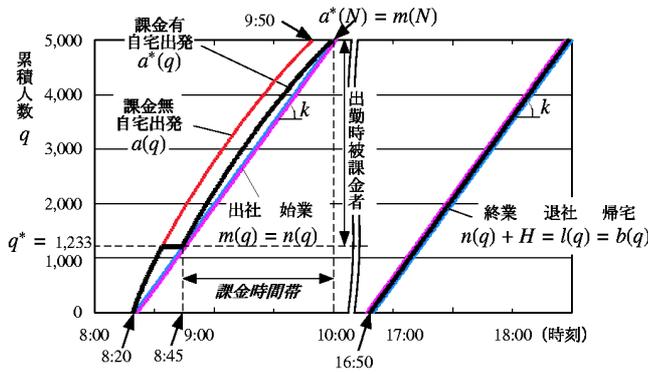


図-2 完全フレックス始業時の通勤・始業時刻分布

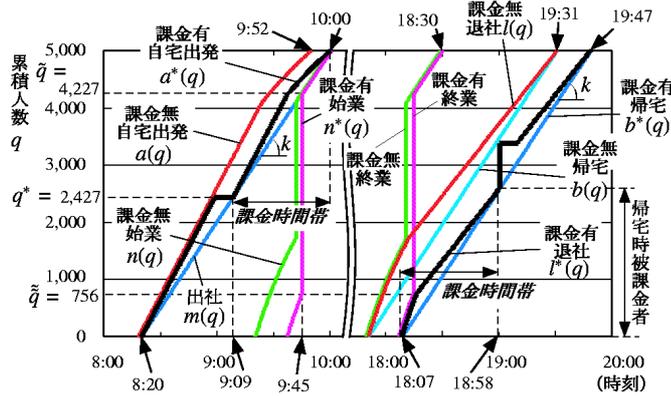


図-3 フレックス・一斉始業混在時の通勤・始業時刻分布

められる(ケース b₂) .

$$A \left\{ (N - q_{m_2})^{\alpha+1} + (q_{m_2})^{\alpha+1} \right\} - (\alpha + 1)(c_1 - c_2)q_{m_2} = AN^{\alpha+1} - (\alpha + 1)(c_1 - c_2)N \quad (20)$$

$$q_m^* = N, \quad t_m^* = S_2 - \frac{1}{k}(N - q_m^*), \quad t_m^{**} = S_2 \quad (21)$$

$$\rho_m = \frac{(c_1 - c_2)N}{k}, \quad TT_m = \frac{(c_1 - c_2)N}{k}(N - q_m^*) \quad (22)$$

以上より, $q_{m_1} \leq q_{m_2}$ のときケース b₁, $q_{m_1} > q_{m_2}$ のときケース b₂ が最適解となる. 完全フレックス始業時の通勤・始業時刻分布の例は図-2 に示すようになる.

(c) 一斉始業・フレックス始業混在時の最適ピークロード(パターン c, d)

これらのパターンは一部の通勤者が一斉始業したあとに, 出社と同時にフレックス始業する通勤者が $N - \tilde{q}$ (人) 存在する. このとき, $\tilde{q} = (N^\alpha - c_2/A)^{1/\alpha}$ および $N/2$ 番目と N 番目の通勤者の課金無時の混雑不効用 $T_m(q)$ の大小関係により, 最適ピークロードの設定方法は次の3つのケースに分類される.

(i) $\tilde{q} \geq N/2, T_m(N) \geq T_m(N/2)$ のとき

このケースでは, パターン(a)と同様の解が得られる.

(ii) $\tilde{q} \geq N/2, T_m(N) < T_m(N/2)$ のとき

$[\tilde{q}, N]$ の通勤者はフレックス始業を行っているが, 遅く始業するほど得られる賃金が少なくなるため, それを補うために自宅出発時刻を遅くし, 出勤不効用を節約する. このとき, 遅く自宅を出発する通勤者ほど混雑不効用が

小さいため, 課金を最後の通勤者まで継続すると, 混雑不効用以上に混雑料金を課される通勤者が存在する. この場合, これらの通勤者は最も遅く自宅を出発する一斉始業者の直後まで自宅出発時刻を早め一斉始業すれば, 効用の低下を回避できるため, 始業時刻を変更するインセンティブが生じる.

よって, 最適ピークロード決定問題は最遅通勤者 N の課金有時の混雑不効用が 0 となるように課金額(被課金開始者 q_m^*)を設定すること(23c)を条件に追加し, 社会的厚生水準 SW を最大にする $\tilde{q} = \tilde{q}^*$ を決定する問題となる.

$$\max_{\tilde{q}} SW = \int_0^N (W(q, \tilde{q}^*) + \rho_m(q, \tilde{q}^*)) dq \quad (23a)$$

$$\text{s.t. } W(q, \tilde{q}^*) = \text{const.} \quad (23b)$$

$$q_m^* = N - \frac{A}{c_1(\alpha + 1)} \left[N^{\alpha+1} - \left\{ (N - \tilde{q}^*)^{\alpha+1} + (\tilde{q}^*)^{\alpha+1} \right\} \right] \quad (23c)$$

\tilde{q}^* は以下の方程式(24)の解であり, その他の変数値は以下のように求められる. このときの通勤・始業時刻分布の例は図-3に示すようになる.

$$-\frac{2A}{c_1(\alpha + 1)} \left\{ (\tilde{q}^*)^\alpha - (N - \tilde{q}^*)^\alpha \right\} \left[N^{\alpha+1} - \left\{ (N - \tilde{q}^*)^{\alpha+1} + (\tilde{q}^*)^{\alpha+1} \right\} \right] + 2N(\tilde{q}^*)^\alpha - N(N - \tilde{q}^*)^\alpha = N^{\alpha+1} - \frac{c_2 N}{A} \quad (24)$$

$$q_m^* = N - \frac{A}{c_1(\alpha + 1)} \left[N^{\alpha+1} - \left\{ (N - \tilde{q}^*)^{\alpha+1} + (\tilde{q}^*)^{\alpha+1} \right\} \right] \quad (25)$$

$$q_m^{**} = N, \quad t_m^* = S_2 - \frac{1}{k}(N - q_m^*), \quad t_m^{**} = S_2 \quad (26)$$

$$\rho_m = \frac{c_1}{k} q_m^*, \quad TT = \frac{c_1}{k} q_m^* (N - q_m^*) \quad (27)$$

(iii) $\tilde{q} < N/2$ のとき

このケースでは, 被課金開始者 q_m^* はフレックス始業者であり, 一斉始業者は課金されない. このとき, 最適ピークロードは総混雑料金収入最大化問題であり, 完全フレックス始業と同様な方法で2種類の最適解が求解できる. しかしながら, 実際の係数値の範囲ではこのような始業時刻分布パターンは大域的な最適解とはなりえないので, 解は省略する.

(2) 帰宅時の最適ピークロード

帰宅時も出勤時と同様な方法で最適な課金方法を決定できる. ただし, 帰宅時の課金額を混雑不効用に応じた額に設定すると過大になる. これは, 出勤時と違いボトルネック流入時刻を遅くすると, 退社時刻が遅くなりスケジュールコストが増加することによる. そのため, 課金額は混雑不効用の減少分からスケジュールコストの増加分を差し引いた額であることに注意を要する. なお,

帰宅時は遅く帰宅する通勤者ほど混雑不効用が小さくなるため、途中で課金を終了することを考える。このとき、課金の必要がある混雑不効用が最も大きい通勤者は $N/2$ より小さく、後で述べる方法で通勤時刻分布は安定になる。このとき、帰宅時の最適ピークロードの課金額は被課金終了者 q_e^{**} の混雑不効用が 0 となるように設定する必要がある。

(a) 一斉終業時の最適ピークロード (パターン a, c)

一斉終業時は、早く退社する通勤者ほど混雑不効用が大きい。そのため、最も早い退社時刻から課金を始める必要がある。そのため、最適ピークロードは総混雑料金収入 TT_e を最大化する被課金終了者 q_e^{**} 決定問題となる。

$$\max_{q_e^{**}} TT_m = (e_2 - c_2)(b(q_e^{**}) - l(q_e^{**}))q_e^{**} \quad (28)$$

被課金通勤者を $[q_e^*, q_e^{**}]$ 、課金時間帯を $[t_e^*, t_e^{**}]$ 、課金額を ρ_e (円) とすると、最適解は以下の通りとなる。

$$q_e^* = 0, \quad q_e^{**} = N/2 \quad (29)$$

$$t_e^* = S_1 + H, \quad t_e^{**} = \frac{1}{2} \frac{N}{k} + S_1 + H \quad (30)$$

$$\rho_e = \frac{1}{2} \frac{c_2 N}{k}, \quad TT_e = \frac{1}{4} \frac{c_2 N^2}{k} \quad (31)$$

ただし、課金終了時刻 t_e^{**} では混雑が 0 となるため、課金終了直後にボトルネックを通過できれば混雑不効用を受けないので、この通勤者の効用は大きくなる。そのため、この高い効用を期待して、課金終了直後には一時的に多くの通勤者がボトルネックに集中する。一斉終業時の通勤・始業時刻分布の例は図-1 に示すようになる。

(b) 完全フレックス終業時の最適ピークロード (パターン b)

このパターンでは、フレックスタイム制度のみで混雑がなくなるため、ピークロードを行う必要がない。

(c) 一斉終業・フレックス終業混在時の最適ピークロード (パターン d)

このパターンは一斉終業の前に $[0, \tilde{q}]$ の通勤者が終業と同時に退社するフレックス終業を行う。彼らに課金すると退社時刻を遅くできるため、他の従業者との労働時間帯の重なりを大きくして、生産額を高めるために終業時刻を遅くする。このとき、最初の通勤者から課金をしなければ、課金されないフレックス通勤者は生産効率が悪くなり、かえって効用が減少する。よって、最初の通勤者から課金する必要がある。

最適ピークロード決定問題は、一斉終業時刻を与件とし、通勤者 0 の課金有時の混雑不効用が 0 となるように課金額 (被課金終了者 q_e^{**}) を設定すること (32c) を条件に追加し、社会的厚生水準 SW を最大にする $\tilde{q} = \tilde{q}^*$ を決定する問題となる。

$$\max_{\tilde{q}^*} SW = \int_0^N (W(q, \tilde{q}^*) + \rho_e(q, \tilde{q}^*)) dq \quad (32a)$$

$$\text{s.t. } W(q, \tilde{q}^*) = \text{const.} \quad (32b)$$

$$q_e^{**} = \frac{e_2}{c_2} \tilde{q}^* + \frac{(e_2 - c_2)k}{c_2} (l_1(0) - (S_2 + H)) \quad (32c)$$

\tilde{q}^* は以下の方程式 (33) の解であり、その他の変数値は以下のように求められる。なお、 $l_1(0)$ は最早退社時刻で微分方程式 (35) から求まる。一斉終業・フレックス終業混在時の通勤・始業時刻分布の例は図-3 に示すようになる。

$$A \left[\left\{ (N - \tilde{q}^*)^\alpha - (\tilde{q}^*)^\alpha \right\} (N - 2q_e^{**}) - N \left\{ N^\alpha - (N - \tilde{q}^*)^\alpha \right\} \right] + c_2 N = 0 \quad (33)$$

$$q_e^{**} = \frac{e_2}{c_2} \tilde{q}^* + \frac{(e_2 - c_2)k}{c_2} (l_1(0) - (S_2 + H)) \quad (34)$$

$$l_1(q) = \left(\frac{e_2}{k} \right)^{c_2} \left(\frac{1}{A \{ (N - q)^\alpha - q^\alpha \} + e_2 - c_2} \right) \quad (35)$$

$$l(\tilde{q}^*) = S_2 + H \quad (36)$$

$$q_e^* = 0, \quad t_e^* = l_1(0), \quad t_e^{**} = \frac{1}{k} q_e^{**} + l_1(0) \quad (37)$$

$$\rho_e = \frac{c_2}{k} (N - q_e^{**}), \quad TT = \frac{c_2}{k} q_e^{**} (N - q_e^{**}) \quad (38)$$

(3) 数値計算例

前節で求めたそれぞれの通勤・始業時刻分布パターンにおける最適ピークロードのうち、どのパターンが大域的な最適解になるかは数値計算により求めなければならない。そこで、数値計算を用いて最適なパターンを求めるとともに、経済評価を行う。

経済評価の数値計算に用いる各係数の値は、実際的な値を考慮して、 $c_1 = 10$ (円/分)、 $e_1 = 50$ (円/分)、 $c_2 = 5$ (円/分)、 $e_2 = 30$ (円/分)、 $N = 5,000$ (人)、 $k = 50$ (人/分)、 $H = 450$ (分)、 $T_1 = 10:00$ 、 $\alpha = 0.3$ 、 A :全通勤者が一斉始業のときの通勤者 1 人当たりの 1 日の賃金が 20,000(円) になるように設定する。また、各政策の比較を行うために、帰宅時に遅く退社することによる在社スケジュールコストの基準時刻を便宜上、 $T_2 = 16:50$ に固定する。

(a) 最適ピークロードの経済評価

前節の各通勤・始業分布パターンの社会的厚生水準の大きさを数値計算により求めた結果、始業時刻分布パターンはパターン d が最大となった。このときの 1 通勤者あたりの最終獲得効用 (SW/N) と各費目の平均値を表-1 下段に示す。また、ピークロードの効果、フレックスタイム制度の効果を評価するために、無政策時 (ケース I)、フレックスタイムのみ導入されているケース (ケース II)、ピークロードのみ導入されているケース (ケース III) の効用の大きさも合わせて表-1 に示す。なお、ケース II における最適始業時刻分布パターンはパターン c である。

フレックスタイムのみ導入 (ケース II) では賃金の減少分ほどに混雑不効用が軽減できないため、政策導入

単位:円

	効用	正効用			不効用						(還元前効用)
		賃金	出勤時 還元	帰宅時 還元	出勤時 混雑	出勤時 SC	出勤時 料金	帰宅時 混雑	帰宅時 SC	帰宅時 料金	
(I)一斉始業・課金無	18,000	20,000	0	0	-500	-500	-0	-300	-700	-0	(18,000)
(II)フレックス・課金無	18,086	19,848	0	0	-427	-500	-0	-300	-536	-0	(18,086)
(III)一斉始業・課金有	18,375	20,000	250	125	-250	-500	-250	-150	-725	-125	(18,000)
(IV)フレックス・課金有	18,502	19,831	248	122	-190	-500	-248	-120	-519	-122	(18,131)

還元:総混雑料金収入の還元金, 混雑:混雑不効用, SC:スケジュールコスト, 料金:混雑料金

単位:円

	効用	正効用			不効用						(還元前効用)
		賃金	出勤時 還元	帰宅時 還元	出勤時 混雑	出勤時 SC	出勤時 料金	帰宅時 混雑	帰宅時 SC	帰宅時 料金	
(IV)パターンd(最適解)	18,502	19,831	248	122	-190	-500	-248	-120	-519	-122	(18,131)
(IV-2)パターンc(次善解)	18,458	19,881	248	125	-190	-500	-248	-150	-583	-125	(18,084)
(IV-3)混雑に着目した課金	18,455	19,848	244	125	-183	-500	-244	-150	-561	-125	(18,086)

還元:総混雑料金収入の還元金, 混雑:混雑不効用, SC:スケジュールコスト, 料金:混雑料金

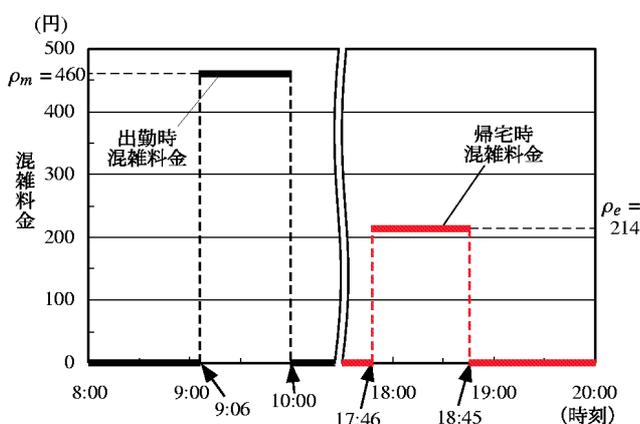


図-4 1段階ピークロードにおける最適混雑料金

効果は86円と小さい。ピークロードの導入(ケースIV)により、賃金はさらに低下するがそれ以上に混雑不効用が改善されるため、効用は大幅に改善される。このとき、混雑料金収入の還元を行わずとも、還元前効用が45円上昇し、パレート改善される。

また、無政策時(ケースI)と比較してピークロードのみ(ケースIII)の導入によって帰宅時のスケジュールコストは25円高くなるが、出勤時と帰宅時の混雑不効用の緩和効果が大きく、効用は375円高くなる。この効果はフレックスのみ(ケースII)の効果よりも非常に大きく、ピークロードの有効性は高い。

(b) 最適混雑料金

最大の効果が得られるパターンdにおいて、最適ピークロードの混雑料金設定は図-4のように求められる。この数値例では、出勤時は9:06-10:00に460円、帰宅時は17:46-18:45に214円と、どちらも1時間程度の時間帯に課金することが必要となる。

(c) 課金方法の違いによるピークロードの経済評価

本項では最適なピークロードと異なる課金方法を行った場合、どの程度の損失があるかを明らかにする。

フレックスタイムのみ(ケースII)のケースにおいて、最適な始業時刻分布パターンがパターンcとなることから、このパターンに基づいて最適ピークロードを行ったケース(ケースIV-2)の計算結果を表-2中段に示す。このとき、最適なケース(ケースIV)と比べ、賃金は50円高いが、帰宅時の混雑不効用の改善効果が小さく、またフレックス始業者の人数が少なく帰宅時間帯が遅くなるため帰宅時のスケジュールコストが悪化する。結果として、効用は44円低くなる。

フレックスタイム制度が先行している状況で今後ピークロードを導入しようとする場合、現状の通勤・始業時刻分布に基づいて課金方法を設定すると、このように最大の効果が得られない可能性がある。

また、フレックスタイムのみ(ケースII)で実現するパターンcの通勤・始業時刻分布に対して、混雑不効用のみに着目し混雑料金収入を最大にするピークロードを行ったケース(ケースIV-3)の計算結果を表-2下段に示す。このとき、始業時刻分布は変化しない。混雑不効用の改善効果は最適ケースより7円大きくなるが、帰宅時のスケジュールコストが大きいいため、効用は47円低くなる。また、先の(ケースIV-2)と比較してもわずかながら効用は小さい。

このように、混雑に着目した課金方法を設定すると、混雑緩和には効果があるが全体的には最大の効果が得られない可能性がある。

(d) 1段階ピークロードの経済評価

フレックスタイム制度下の1段階ピークロードが、最大効果を得るシステム最適政策(全員に異なる混雑料金を課す)に対してどの程度の効用の改善効果があるかを見るために、連続的に課金額を変動させる∞段階ピークロードの効用を算出した(表-3)。なお、∞段階ピークロード問題は、(10)式から制約(10c), (10d)を除いた

単位:円

	効用	正効用			不効用						(還元前効用)
		賃金	出勤時 還元	帰宅時 還元	出勤時 混雑	出勤時 SC	出勤時 料金	帰宅時 混雑	帰宅時 SC	帰宅時 料金	
(II)課金無	18,086	19,848	0	0	-427	-500	-0	-300	-536	-0	(18,086)
(IV)1段階ピークロード	18,502	19,831	248	122	-190	-500	-248	-120	-519	-122	(18,131)
(V) ∞ 段階ピークロード	18,822	19,907	472	188	-0	-500	-472	-0	-586	-188	(18,350)

還元:総混雑料金収入の還元金, 混雑:混雑不効用, SC:スケジュールコスト, 料金:混雑料金

問題である。

これより, 1段階ピークロードの導入で最大効果に対して50%以上の改善効果があり, かなりの成果が上げられることが分かる。

5. おわりに

本研究では, フレックスタイム制度下での最適な定額混雑料金の課金方法についての理論解を導出した。さらに, 数値例により, ピークロードの導入効果を明らかにした。

また, フレックスタイム制度に定額混雑料金を組合せると, 社会的厚生水準が増加するが, ピークロードを行わない時に実現している通勤・始業時刻分布パターンに基づいて課金を行うと, 必ずしも最大の効果が得られないこと明らかにした。

なお, 最適なピークロードを実施するためには混雑不効用などの時間価値の大きさをどのように設定するかが特に問題となる。実証研究を通して, これらの値を同定する必要がある。

参考文献

- 1) 例えば, Arnott, R., de Palma, A. and Lindsey, R.: Economics of a bottleneck, Journal of Urban Economics, Vol.27, pp.111-130, 1990.
- 2) 越 正毅: 道路混雑対策としての時差出勤と混雑課金の効果についての一考察, 交通工学, Vol.33, No.3, pp.65-74, 1998.
- 3) Henderson, J.V.: The economics of staggered work hours, Journal of Urban Economics, Vol.9, pp.349-364, 1981.
- 4) 文 世一・米川 誠: フレックスタイムが交通混雑に及ぼす影響, 日交研シリーズ A-260, 日本交通政策研究会, 1998.
- 5) Yoshimura, M. and Okumura, M.: Optimal commuting and work start time distribution under flexible work hours system on motor commuting, Proceedings of the Eastern Asia Society for Transportation Studies, Vol.3, No.2, pp.455-469, 2001.
- 6) Vickrey, W.S.: Congestion theory and transport investment, American Economic Review, Vol.59, pp.251-269, 1969.
- 7) 赤松 隆・早崎 俊和・前田 祐希: 道路交通における通勤混雑緩和のための最適勤務開始時刻分布, 土木計画学研究・論文集, Vol.16, pp.979-989, 1999.
- 8) 就労条件総合調査, 厚生労働省, 2001.

フレックスタイム制度下における最適ピークロードプライシング*

吉村 充功**・奥村 誠***・松本 寛史****

近年, 我が国においても混雑緩和を期待した「ピークロードプライシング(混雑料金)」の導入が検討されている。しかし, フレックスタイム制度と組み合わせる場合, 始業時刻の変更により混雑緩和以上に生産効率の低下を招く可能性がある。本研究ではフレックスタイム制度下において社会的に望ましい定額混雑料金の課金額, 課金時間帯を理論的に導出し, 数値例によりその効果の大きさを明らかにした。その結果, ピークロード導入前に実現している通勤・始業時刻分布パターンに基づいて課金を行うと, 必ずしも最大の効果が得られないことを明らかにした。

Optimal Peak-Load Pricing under Flexible Work Hours System*

By Mitsunori YOSHIMURA**・Makoto OKUMURA***・Hirofumi MATSUMOTO****

Recently, in order to level congestion rate at commuting road, local government is examining to introduce “Peak-Load Pricing scheme” in Japan. In this paper, we proposed the model to analyze the optimal peak-load pricing scheme under flexible work hours considering temporal agglomeration effect. We could calculate utility level, and evaluate economic effect of optimal peak-load pricing scheme. In the result, we have shown that if we decided congestion toll and pricing time based on commuting and work start time distribution at no-toll situation, we could not get the optimal effect.